

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики ИОПП

Утверждено на заседании

УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 30.08.2021 № X-8/2021

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Дифференциальные уравнения

название дисциплины

для студентов направления подготовки

38.03.05 «Бизнес-информатика»

код и название [специальности/направления подготовки]

образовательная программа

Программа «IT – инфраструктура организации»

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2021 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Дифференциальные уравнения» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям **федерального государственного образовательного стандарта**.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 3 семестр			
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, КР1, экзамен
2.	Уравнения первого порядка.	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, КР1, ИДЗ, экзамен
3.	Уравнения высших порядков.	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, КР2, ИДЗ, экзамен
4.	Системы дифференциальных уравнений.	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, КР2, ИДЗ, экзамен
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, ИДЗ, экзамен
6, 7	Устойчивость решений дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными..	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1	ДЗ, ИДЗ, экзамен
Промежуточная аттестация, 3 семестр			
	Экзамен	З-УКЕ-1 У-УКЕ-1 В-УКЕ-1	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
 - Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
 - Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
 - Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Исключение:* текущая аттестация в 8 семестре обучения по образовательным программам бакалавриата, в котором единственная контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 6 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 6 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	8	18 (60% от 30)	30
Контрольная работа №1	8	18	30
ИДЗ №1	8		
Контрольная точка № 2	16	18 (60% от 30)	30
Контрольная работа №2	16	18	30
ИДЗ №2	16		
Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
Экзамен		24	40
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки **38.03.05 «Бизнес-информатика»**

Образовательная программа **«IT – инфраструктура организации»**

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

2. Задача. Решить задачу Коши для уравнения $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}; y(1) = 1$.

3. Задача. Найти общее решение уравнения $y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}$.

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + te^{2t} \\ \dot{y} = 3x - y + e^{3t} \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А. Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К. Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка и доказательство)

2. **Задача.** Решить уравнение: $xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$.

3. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $(1 + e^x)y'' + y' = 0$.

4. **Задача.** Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = -x + 5y - z \\ \dot{z} = x - y + 3z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6)$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

$$y' = \frac{x + 5y - 6}{7x - y - 6}$$

2. **Задача.** Решить уравнение:

3. **Задача.** Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases} \quad (\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 1)$$

4. **Задача.** С помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Метрическое пространство, полное метрическое пространство, сжимающий оператор. Принцип сжимающих отображений (теорема Банаха с доказательством)

2. Задача. Решить задачу Коши для уравнения: $y'(3y \cos 2y - 2y^2 - \sin 2y - 2x) = y$, $y(16) = \frac{\pi}{4}$.

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -x + 2y - 5e^t \sin t \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка и доказательство)

$$\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2x}{y} \right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0$$

2. Задача. Решить уравнение:

3. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1)$$

4. Задача. Исследовать особые точки системы, нарисовать интегральные кривые

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 3y \\ \dot{y} = -6x - 5y \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

В.К.Артемьев

(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Теоремы о непрерывной зависимости решения от параметра и от начальных условий для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировки, примеры).

$$4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$$

2. Задача. Решить уравнение:

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -x + 2y - 5e^t \sin t \end{cases}$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Однородные линейные уравнения порядка n . Определитель Вронского и линейная зависимость функций (теоремы с доказательством).

2. Задача. Решить задачу Коши для уравнения: $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}; y(0) = \frac{2}{3}$.

3. Задача. Решить уравнение $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \operatorname{ctgx}$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} = -x + y + 2z \end{cases} \quad (\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0)$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (с доказательством). Особые решения. Нахождение решений уравнения первого порядка, неразрешенных относительно производной.

$$y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$$

2. Задача. Решить уравнение:

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2e^t \\ \dot{y} = x + t^2 \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (с доказательством). Особые решения. Нахождение решений уравнения первого порядка, неразрешенных относительно производной.

2. Задача. Решить уравнение: $(3x^2 + 4y^2) dx + (8xy + e^y) dy = 0$

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = -x + 5y - z \\ \dot{z} = x - y + 3z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6)$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

В.К.Артемьев

(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Линейные уравнения n -ого порядка. Теорема существования и единственности для линейного уравнения n -го порядка. Запись уравнения с помощью линейного оператора. Общие свойства линейных уравнений (структура решения).

2. Задача. Решить задачу Коши: $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$; $y(1) = 1$.

3. Задача. Решить уравнение в частных производных

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 y + z$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -x + 2y - 5e^t \sin t \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Однородные линейные уравнения порядка n . Определитель Вронского и линейная зависимость функций (теоремы с доказательством).

2. Задача. Решить уравнение: $6x dx - 2y dy = 2yx^2 dy - 3xy^2 dx$.

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' - y = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$$

4. Задача. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} = -x + y + 2z \end{cases} \quad (\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0)$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении (с доказательством). Формула Остроградского-Лиувилля.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} + y \right) dx + \left(x + \frac{1}{y^2} - \frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}} \right) dy = 0$$

2. Задача. Решить уравнение:

3. Задача. Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$$

4. Задача. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений, определить тип точки и нарисовать вид траекторий в окрестности

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2 - xy \\ \dot{y} = -x^2 + 4y - 4 \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений и общего решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Задача. Решить уравнение: $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}$

3. **Задача.** Используя метод вариации постоянных, решить неоднородное уравнение:

$$y'' - 6y' + 9y = 36\sqrt{x}e^{3x}$$

4. **Задача.** Найти общее решение системы уравнений:

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Специальный вид правой части, подбор частного решения.

2. **Задача.** Решить уравнение: $y' = y(y^3 \cos x + \operatorname{tg} x)$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y' + 4y = 4(\sin 2x + \cos 2x)$.

4. **Задача.** Найти общее решение уравнения в частных производных:

$$(x^2 + y^2) \frac{\partial z}{\partial x} + 2xy \frac{\partial z}{\partial y} + z^2 = 0$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

2. **Задача.** Найти решение задачи Коши: $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}; y(1) = 1$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$.

4. **Задача.** Найти общее решение уравнения в частных производных:

$$xy \frac{\partial z}{\partial x} - x^2 \frac{\partial z}{\partial y} = yz$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства линейных систем. Теорема существования и единственности решения для линейных систем.

$$x dy - y \cosh \frac{y}{x} dx = 0$$

2. Задача. Решить уравнение:

3. Задача. Найти общее решение уравнения Эйлера: $x^2 y'' + xy' + y = 0$.

4. Задача. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t} \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, (определение и теорема). Построение функции Грина. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции.

2. Задача. Решить уравнение: $(y+2)dx - (2x+y-4)dy = 0$.

3. Задача. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x$.

4. Задача. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений, определить тип точки и нарисовать вид траекторий в окрестности

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = x - y - 1 \end{cases}$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Решение однородных линейных систем. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского для системы функций. Определитель Вронского и линейная зависимость функций.

2. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y'' - 5y' = e^{3x} - 18x$.

4. **Задача.** Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений, определить тип точки и нарисовать вид траекторий в окрестности

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x+2y} \\ \dot{y} = y^2 - x^2 + 3 \end{cases}$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Решение однородных систем с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.

2. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $2yy'' = 1 + y'^2$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y^{(4)} - y = xe^x$.

4. **Задача.** Найти общее решение уравнения в частных производных:

$$y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$$

Составитель _____

(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Условия устойчивости однородной системы с постоянными коэффициентами.

2. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $(1 + e^x)y'' + y' = 0$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y'' + 4y = \cos^2 x$.

4. **Задача.** Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + te^{2t} \\ \dot{y} = 3x - y + e^{3t} \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Точки покоя. Простейшие типы точек покоя на плоскости.

2. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $y^3 y'' + 1 = 0$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}$.

4. **Задача.** Найти решение уравнения в частных производных, удовлетворяющее условию

$$\frac{\partial z}{\partial x} + (2e^x - y) \frac{\partial z}{\partial y} = 0; z = y \quad \text{при } x = 0.$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Прямой (второй) метод Ляпунова (формулировка теоремы). Функция Ляпунова. Примеры.

2. **Задача.** Решить уравнение, используя понижение порядка: $y^3 y'' + 1 = 0$.

3. **Задача.** Найти общее решение уравнения $y'' + y = 4x \cos x$.

4. **Задача.** Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений, определить тип точки и нарисовать вид траекторий в окрестности

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - ch(y - x) \\ \dot{y} = xy - 4 \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____

В.К.Артемьев

(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения.

2. Задача. Решить уравнение $(e^y + 2xy)dx + (e^y x + x^2) dy = 0$.

3. Задача. Найти решение задачи Коши: $y'' - 2y' + y = 0, y(2) = 1, y'(2) = -2$.

4. Задача. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = 2x + 2y + z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 3, \lambda_2 = \lambda_3 = -1)$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Решение квазилинейных уравнений. Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка.

2. Задача. Решить уравнение $y \sin x + y' \cos x = 1$.

$$y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$$

3. Задача. Найти общее решение уравнения

4. Задача. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений, определить тип точки и нарисовать вид траекторий в окрестности

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sin y, \\ \dot{y} = 2x + \sqrt{1 - 3x - \sin y} \end{cases}$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка и доказательство)

2. Задача. Решить уравнение $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 2$

3. Задача. Решить уравнение $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = xe^x$.

4. Задача. Решить уравнение в частных производных

$$xy \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{x^2 + y^2}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + u^2 = 0$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 26

по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения.

2. Задача. Решить уравнение $y' = \operatorname{tg}(y - 2x)$.

3. Задача. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y - \cos t \\ \dot{y} = -2x - y + \sin t + \cos t \end{cases}$$

4. Задача. Найти общее решение уравнения в частных производных

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} - xy \sqrt{1 - u^2} = 0$$

Составитель _____
(подпись)

Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

В.К.Артемьев

« ____ » _____ 20__ г.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно

рейтинговой системе. На экзамене студенту предлагается ответить на один теоретических вопроса и решить три задачи из разных разделов курса. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Студенту ставится 31-40 баллов за ответ на экзамене, если он дал ответы на теоретический вопрос и решил три задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл). Студенту ставится 21-30 баллов за ответ, если ответил на теоретический вопрос билета, но есть значительный недочет (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решена хотя бы две задачи (в одной возможны замечания). Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов.

в) описание шкалы оценивания:

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении задачи - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу. - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;

	- знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: <ul style="list-style-type: none"> - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки	38.03.05 «Бизнес-информатика»
Образовательная программа	«IT – инфраструктура организации»
Дисциплина	Дифференциальные уравнения

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, и их геометрическая интерпретация. Метод изоклин.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
3. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. Метрическое пространство, полное метрическое пространство, сжимающий оператор. Принцип сжимающих отображений (теорема Банаха с доказательством)
6. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка и доказательство).
7. Теоремы о непрерывной зависимости решения от параметра и от начальных условий для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировки, пояснения и примеры).
8. Теорема о дифференцируемости решения. Особые точки, особые решения.
9. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (с доказательством). Особые решения. Нахождение решений уравнения первого порядка, неразрешенных относительно производной.
10. Уравнения порядка выше первого. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной.
11. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка (пять типов таких уравнений и соответствующие способы понижения порядка).
12. Линейные уравнения n -ого порядка. Теорема существования и единственности для линейного уравнения n -го порядка. Запись уравнения с помощью линейного оператора. Общие свойства линейных уравнений (структура решения).

- 13.** Однородные линейные уравнения порядка n . Определитель Вронского и линейная зависимость функций (теоремы с доказательством).
- 14.** Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении (с доказательством). Формула Остроградского-Лиувилля.
- 15.** Решение неоднородного уравнения n -го порядка. Метод вариации постоянных.
- 16.** Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений и общего решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
- 17.** Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Специальный вид правой части, подбор частного решения.
- 18.** Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.
- 19.** Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, её свойства.
- 20.** Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства линейных систем. Теорема существования и единственности решения для линейных систем.
- 21.** Решение однородных линейных систем. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского для системы функций. Определитель Вронского и линейная зависимость функций.
- 22.** Решение однородных систем с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.
- 23.** Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Условия устойчивости однородной системы с постоянными коэффициентами.
- 24.** Исследование на устойчивость по первому приближению. Теорема Ляпунова (формулировка и примеры).
- 25.** Прямой (второй) метод Ляпунова (формулировка теоремы). Функция Ляпунова. Примеры.
- 26.** Точки покоя. Простейшие типы точек покоя на плоскости.
- 27.** Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, (определение и теорема). Построение функции Грина. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции.
- 28.** Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения.
- 29.** Решение квазилинейных уравнений. Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка.

4.2. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 1

а) типовые задания:

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки **38.03.05 «Бизнес-информатика»**

Образовательная программа **«IT – инфраструктура организации»**

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Комплект заданий для контрольной работы 1

по дисциплине Дифференциальные уравнения

Тема: Уравнения первого порядка.

Вариант 1.

$$y(x) = -2\sqrt{3}x + \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}$$

1. Является ли функция $y' = \cos(4y - 8x + 2)$ решением уравнения

2. Решить уравнение: $y' = -4\sqrt{y} \sin^2(\sqrt{y}) \ln(x+3)$

3. Решить уравнение: $xy' + 2y = 4\sin(2x)$

4. Решить уравнение: $(7xy^2 - 3y^2 + 5y)dx + (7x^2y - 6xy + 5x)dy = 0$

5. Решить уравнение: $(2x + 3y + 4)dx + (4x + 6y - 5)dy = 0$

6. Решить уравнение: $x^2y' = y(x + y^2)$.

Вариант 2.

1. Является ли функция $y(x) = 2x + 1,5$ решением уравнения $y' = \sqrt{2y - 4x + 1}$.

2. Решить уравнение: $y' = x(2 - y) \ln(y - 2) \operatorname{sh} 3x$

3. Решить уравнение: $\cos x \cdot y' + 2y \cdot \sin x = \operatorname{tg} 2x$

4. Решить уравнение: $(3x^2y - 2y^3 - 5)dx + (x^3 - 6xy^2 - 2y^2)dy = 0$
5. Решить уравнение: $\sqrt{x} \cdot y' = \sqrt{y+x} - \sqrt{x}$
6. Решить уравнение: $y' - e^x \cdot \sqrt[3]{y} = 3y$.

Вариант 3.

1. Является ли функция $y(x) = x(C - \ln x)$ решением уравнения $(x - y)dx + xdy = 0$.
2. Решить уравнение $y^2 = y'ye^x + 1$.
3. Решить уравнение $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$.
4. Решить уравнение $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y^2 \ln x$
6. Решить уравнение $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$

Вариант 4.

1. Является ли функция $y(x) = \frac{\sin x}{x}$ решением уравнения $xy' + y = \cos x$.
2. Решить задачу Коши $y' = 2\sqrt{y} \ln x, y(e) = 1$.
3. Решить уравнение $y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2$
4. Решить уравнение $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.
5. Решить уравнение $2xy' - 3y = (-20x^2 - 12)y^3$
6. Решить уравнение $y' = \frac{x+2y-3}{x-1}$

Вариант 5.

1. Является ли функция $y(x) = \sin x - 2$ решением уравнения $y' + y \cos x = 0,5 \sin 2x$.
2. Решить уравнение $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$.
3. Решить уравнение $xy' + y = \ln x + 1$
4. Решить уравнение $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$.
5. Решить уравнение $8(4y^3 + xy - y)y' = 1$

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$$

6. Решить уравнение

Вариант 6.

1. Является ли функция $y(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ решением уравнения $x^2 y' + (1 - 2x)y = x^2$.

2. Решить уравнение $y - xy' = 1 + x^2 y'$.

3. Решить уравнение $y' - \frac{2}{x}y = \frac{e^x(x-2)}{x}$

4. Решить уравнение $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0$.

5. Решить уравнение $(x - y + 1)dx - (3x - 3y + 4)dy = 0$.

6. Решить уравнение $2y' + \cos x \cdot y = \cos x(1 + \sin x) \cdot y^{-1}$

Вариант 7.

1. Является ли функция $y(x) = 2e^x - e^{-x}$ решением уравнения $xy' + 2y' - xy = 0$.

2. Решить задачу Коши для уравнения $(2x+1)dy + y^2dx = 0$, $y(4) = 1$.

3. Решить уравнение $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$

4. Решить уравнение $\left(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} + 2xy - \frac{y}{x} \right) dx + \left(\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x \right) dy = 0$.

5. Решить уравнение $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$

6. Решить уравнение $y' + x \cdot \sqrt[3]{y} = 3y$.

Вариант 8.

1. Является ли функция $y(x) = \sin x - 1 + 2e^{-\sin x}$ решением уравнения $y' + y \cos x = 0,5 \sin 2x$.

2. Решить уравнение $4(x^2y + y)dy + \sqrt{8 + y^2}dx = 0$.

3. Решить уравнение $y' + 2xy = xe^{-x^2} \cdot \sin x$

4. Решить уравнение $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$.

5. Решить уравнение $(2x^2y \ln y - x) \cdot y' = y$

6. Решить уравнение $(2x + 8y + 3)dy - (x + 4y + 3)dx = 0$

Вариант 9.

1. Является ли функция $y(x) = shx$ решением уравнения $xy'' + y' - xy = chx$.

2. Решить уравнение $6x \cdot dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$.

3. Решить уравнение $xy' - y = -2 \ln x$

4. Решить уравнение $(3x^2y - 2x^3 + y^3)dx - (2y^3 - 3xy^2 - x^3)dy = 0$.

5. Решить уравнение $y dx + 2x dy = 2y\sqrt{x} \cdot \sec^2 y dy$

$$xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$$

6. Решить уравнение

Вариант 10.

1. Является ли функция $y(x) = x \ln x$ решением уравнения $y' = \frac{x-y}{x}$.

2. Решить уравнение $y'y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.

3. Решить уравнение $x^2 y' - y = x^2 e^{x-\frac{1}{x}}$

4. Решить уравнение $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) dy = 0$

5. Решить уравнение $y' = \frac{2y+x-3}{x+1}$

6. Решить уравнение $y' + \frac{5y}{3x} = \frac{4x-5}{3x} y^4$.

Вариант 11.

1. Является ли функция $y(x) = -2\sqrt{3}x + \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}$ решением уравнения $y' = \cos(4y - 8x + 2)$.

2. Решить уравнение: $y' = -4\sqrt{y} \sin^2(\sqrt{y}) \ln(x+3)$

3. Решить уравнение: $xy' + 2y = 4 \sin(2x)$

4. Решить уравнение: $(7xy^2 - 3y^2 + 5y)dx + (7x^2y - 6xy + 5x)dy = 0$

5. Решить уравнение: $(2x + 3y + 4)dx + (4x + 6y - 5)dy = 0$

6. Решить уравнение: $x^2 y' = y(x + y^2)$.

Вариант 12.

1. Является ли функция $y(x) = 2x + 1,5$ решением уравнения $y' = \sqrt{2y - 4x + 1}$.
2. Решить уравнение: $y' = x(2 - y)\ln(y - 2)\operatorname{sh}3x$
3. Решить уравнение: $\cos x \cdot y' + 2y \cdot \sin x = \operatorname{tg}2x$
4. Решить уравнение: $(3x^2y - 2y^3 - 5)dx + (x^3 - 6xy^2 - 2y^2)dy = 0$
5. Решить уравнение: $\sqrt{x} \cdot y' = \sqrt{y + x} - \sqrt{x}$
6. Решить уравнение: $y' - e^x \cdot \sqrt[3]{y} = 3y$.

Вариант 13.

1. Является ли функция $y(x) = x(C - \ln x)$ решением уравнения $(x - y)dx + xdy = 0$.
2. Решить уравнение $y^2 = y'ye^x + 1$
3. Решить уравнение $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$
4. Решить уравнение $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y^2 \ln x$
6. Решить уравнение $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$

Вариант 14.

1. Является ли функция $y(x) = \frac{\sin x}{x}$ решением уравнения $xy' + y = \cos x$.
2. Решить задачу Коши $y' = 2\sqrt{y} \ln x$, $y(e) = 1$.
3. Решить уравнение $y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2$
4. Решить уравнение $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.
5. Решить уравнение $2xy' - 3y = (-20x^2 - 12)y^3$
6. Решить уравнение $y' = \frac{x + 2y - 3}{x - 1}$

Вариант 15.

1. Является ли функция $y(x) = \sin x - 2$ решением уравнения $y' + y \cos x = 0,5 \sin 2x$

2. Решить уравнение $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$.

3. Решить уравнение $xy' + y = \ln x + 1$

4. Решить уравнение $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$.

5. Решить уравнение $8(4y^3 + xy - y)y' = 1$

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$$

6. Решить уравнение

Вариант 16.

1. Является ли функция $y(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ решением уравнения $x^2 y' + (1 - 2x)y = x^2$.

2. Решить уравнение $y - xy' = 1 + x^2 y'$.

$$y' - \frac{2}{x}y = \frac{e^x(x-2)}{x}$$

3. Решить уравнение

4. Решить уравнение $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0$.

5. Решить уравнение $(x - y + 1)dx - (3x - 3y + 4)dy = 0$.

6. Решить уравнение $2y' + \cos x \cdot y = \cos x(1 + \sin x) \cdot y^{-1}$

Вариант 17.

1. Является ли функция $y(x) = 2e^x - e^{-x}$ решением уравнения $xy' + 2y' - xy = 0$.

2. Решить задачу Коши для уравнения $(2x+1)dy + y^2 dx = 0$, $y(4) = 1$.

3. Решить уравнение $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$

4. Решить уравнение $\left(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} + 2xy - \frac{y}{x}\right)dx + \left(\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x\right)dy = 0$.

5. Решить уравнение $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$

6. Решить уравнение $y' + x \cdot \sqrt[3]{y} = 3y$.

Вариант 18.

1. Является ли функция $y(x) = \sin x - 1 + 2e^{-\sin x}$ решением уравнения $y' + y \cos x = 0,5 \sin 2x$

2. Решить уравнение $4(x^2y + y)dy + \sqrt{8 + y^2}dx = 0$.

3. Решить уравнение $y' + 2xy = xe^{-x^2} \cdot \sin x$

4. Решить уравнение $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$.
5. Решить уравнение $(2x^2y \ln y - x) y' = y$
6. Решить уравнение $(2x + 8y + 3)dy - (x + 4y + 3)dx = 0$

Вариант 19.

1. Является ли функция $y(x) = x \ln x$ решением уравнения $y' = \frac{x-y}{x}$.
2. Решить уравнение $6x \cdot dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$.
3. Решить уравнение $xy' - y = -2 \ln x$
4. Решить уравнение $(3x^2y - 2x^3 + y^3)dx - (2y^3 - 3xy^2 - x^3)dy = 0$.
5. Решить уравнение $y dx + 2x dy = 2y\sqrt{x} \cdot \sec^2 y dy$
6. Решить уравнение $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$

Вариант 20.

1. Является ли функция $y(x) = shx$ решением уравнения $xy'' + y' - xy = chx$.
2. Решить уравнение $y'y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.
3. Решить уравнение $x^2 y' - y = x^2 e^{x-\frac{1}{x}}$
4. Решить уравнение $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) dy = 0$
5. Решить уравнение $y' = \frac{2y + x - 3}{x + 1}$
6. Решить уравнение $y' + \frac{5y}{3x} = \frac{4x - 5}{3x} y^4$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1 по теме “Уравнения первого порядка” оценивается в 30 баллов: задача 1 оценивается в 3 балла, задачи 2, 3, 4 оцениваются в 5 баллов, задачи 5,6 – в 6 баллов.

4.3. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 2

а) типовые задания:

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки **38.03.05 «Бизнес-информатика»**

Образовательная программа **«IT – инфраструктура организации»**

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Комплект заданий для контрольной работы 2

по дисциплине Дифференциальные уравнения

Тема: Линейные дифференциальные уравнения и системы. Устойчивость.

Вариант 1.

1. Решить уравнение $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}(1-x)$

2. Решить уравнение $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$

3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = -x + 5y - z \\ \dot{z} = x - y + 3z \end{cases}$$

($\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6$)

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 4e^{-2t} \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x - y + xy \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Решить уравнение $4y'' - y = x^3 - 24x$

2. Решить уравнение $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$

($\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$)

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5\sin t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y + \sqrt{1 - 3y - \sin x} \\ \dot{y} = -\sin x \end{cases}$$

Вариант 3.

1. Решить уравнение $y'' - 7y' = (x - 1)^2$

2. Решить уравнение $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \operatorname{ctgx}$

3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - z \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$$

($\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$)

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -x + 2y - 5e^t \sin t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y - 1 \\ \dot{y} = \ln(x^2 - y) \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Решить уравнение $y''' + y'' = e^{-x}$

2. Решить уравнение $y'' + y = \operatorname{tgx}$

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y - 3z \\ \dot{y} = -6x + 2y + 6z \\ \dot{z} = 6x - 2y - 6z \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений
($\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -1$)

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2e^t \\ \dot{y} = x + t^2 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = x - y - 1 \end{cases}$$

Вариант 5.

Решить:

1. $y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x$

2. $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

3.

($\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1$)

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t} \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$$

4.

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy - 4y \\ \dot{y} = 4y - x^2 \end{cases}$$

Вариант 6.

Решить:

1. $y'' + 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1$

2. $y'' - y' = e^{2x} \cos(e^x)$

$$\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = 2x + 2y + z \end{cases}$$

3.

$$(\lambda_1 = 3, \lambda_2 = \lambda_3 = -1)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + 2\sin t \\ \dot{y} = 2x - y - \cos t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x+2y} \\ \dot{y} = y^2 - x^2 + 3 \end{cases}$$

Вариант 7.

Решить:

$$1. y'' - 4y' + 4y = \sin x$$

$$2. y'' + 2y' + 5y = \frac{e^{-2x}}{\sin 2x}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = x - y + z \\ \dot{y} = x + y - z \\ \dot{z} = 2x - y \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + te^{2t} \\ \dot{y} = 3x - y + e^{3t} \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 9 - (x - y)^2 \\ \dot{y} = -x - 2y \end{cases}$$

Вариант 8.

Решить:

$$1. 2y'' - y' = 1 + x$$

$$2. y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} = -x + y + 2z \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = x + y - \cos t \\ \dot{y} = -2x - y + \sin t + \cos t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2 - xy \\ \dot{y} = -x^2 + 4y - 4 \end{cases}$$

Вариант 9.

Решить:

$$1. y'' - 3y' - 4y = 6xe^{-x}$$

$$2. y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = x + y + z \\ \dot{z} = 4x - y + 4z \end{cases}$$

$(\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 1)$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t} \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - ch(y - x) \\ \dot{y} = xy - 9 \end{cases}$$

Вариант 10.

Решить:

$$1. y'' - 8y' + 16y = e^{4x}(1 - x)$$

$$2. y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = -x + 5y - z \\ \dot{z} = x - y + 3z \end{cases}$$

$(\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6)$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 4e^{-2t} \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x - y + xy \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$

Вариант 11.

Решить:

$$1. 4y'' - y = x^3 - 24x$$

$$2. y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 1)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5\sin t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y + \sqrt{1 - 3y - \sin x} \\ \dot{y} = -\sin x \end{cases}$$

Вариант 12.

Решить:

$$1. y'' - 7y' = (x - 1)^2$$

$$2. y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \operatorname{ctg} x$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - z \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -x + 2y - 5e^t \sin t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y - 1 \\ \dot{y} = \ln(x^2 - y) \end{cases}$$

Вариант 13.

Решить:

$$1. y''' + y'' = e^{-x}$$

$$2. y'' + y = \operatorname{tg} x$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 3x - y - 3z \\ \dot{y} = -6x + 2y + 6z \\ \dot{z} = 6x - 2y - 6z \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -1)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = x + 2e^t \\ \dot{y} = x + t^2 \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = x - y - 1 \end{cases}$$

Вариант 14.

Решить:

$$1. y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x$$

$$2. y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

$$(\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - 8 \\ \dot{y} = 3x + 6y \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy - 4y \\ \dot{y} = 4y - x^2 \end{cases}$$

Вариант 15.

Решить:

1. $y'' + 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1$

2. $y'' - y' = e^{2x} \cos(e^x)$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = 2x + 2y + z \end{cases}$$

($\lambda_1 = 3, \lambda_2 = \lambda_3 = -1$)

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + 2\sin t \\ \dot{y} = 2x - y - \cos t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x+2y} \\ \dot{y} = y^2 - x^2 + 3 \end{cases}$$

Вариант 16.

Решить:

1. $y'' - 4y' + 4y = \sin x$

2. $y'' + 2y' + 5y = \frac{e^{-2x}}{\sin 2x}$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z \\ \dot{y} = x + y - z \\ \dot{z} = 2x - y \end{cases}$$

($\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -1$)

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + te^{2t} \\ \dot{y} = 3x - y + e^{3t} \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 9 - (x - y)^2 \\ \dot{y} = -x - 2y \end{cases}$$

Вариант 17.

Решить:

1. $2y'' - y' = 1 + x$

2. $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} = -x + y + 2z \end{cases}$$

$(\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0)$

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y - \cos t \\ \dot{y} = -2x - y + \sin t + \cos t \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2 - xy \\ \dot{y} = -x^2 + 4y - 4 \end{cases}$$

Вариант 18.

Решить:

1. $y'' - 3y' - 4y = 6xe^{-x}$

2. $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = x + y + z \\ \dot{z} = 4x - y + 4z \end{cases}$$

$(\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 1)$

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = 2y + x - 3e^{4t} \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - ch(y - x) \\ \dot{y} = xy - 4 \end{cases}$$

Вариант 19.

Решить:

$$1. y'' + 4y' = \sin 2x + e^{2x}$$

$$2. y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y + z \\ \dot{y} = 2x + 2y - z \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x - e^y \\ \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2 \end{cases}$$

Вариант 20.

Решить:

$$1. y'' + y = 4x \cos x$$

$$2. y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 4x - y - z \\ \dot{y} = x + 2y - z \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 3).$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$$

5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 5 - \sqrt{x^2 + y^2} + 16 \\ \dot{y} = \ln(x^2 - 3) \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа 2 считается выполненной, если правильно решены 3 задачи (получено 17 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 2 “Линейные дифференциальные уравнения и системы. Устойчивость” оценивается в 30 баллов: задачи 2 и 4 оцениваются по 7 баллов, задачи 1 и 3 оцениваются в 6 баллов, а задача 5 –в 4 балла.

Контрольные работы по дисциплине выполняются в течение одной пары.

Критерии и шкала оценивания контрольных работ по дисциплине

Дифференциальные уравнения

Оценка	Критерии оценки
Отлично с <u>26</u> до <u>30</u> баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с <u>22</u> до <u>25</u> баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с <u>17</u> до <u>21</u> балла	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с <u>0</u> до <u>16</u> баллов	Сумма баллов решенных задач

4.4. Наименование оценочного средства. Индивидуальные задания.

а) типовые задания (вопросы):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки **38.03.05 «Бизнес-информатика»**

Образовательная программа **«IT – инфраструктура организации»**

Дисциплина **Дифференциальные уравнения**

Индивидуальное домашнее задание 1 по дисциплине Дифференциальные уравнения

Задания студенты получают из сборника Л.А.Кузнецов. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005(раздел 5, ”Дифференциальные уравнения”)

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-11 из раздела «Дифференциальные уравнения». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

Задание выдается на 4 неделе, принимается на 8 неделе.

Индивидуальное домашнее задание 2 по дисциплине Дифференциальные уравнения

Задания студенты получают из сборника Л.А. Кузнецов. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005(раздел 5, ”Дифференциальные уравнения ”) и пособия Буробин А.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Дифференциальные уравнения». Обнинск: ИАТЭ, 2003.

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №12-16 из раздела 5 сборника Кузнецова Л.А. и задачи 9-13 из пособия Буробина А.В.

Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

Задание выдается на 9 неделе, принимается на 12 неделе.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Баллы за индивидуальное задание не выставляются. Выполнение индивидуальных заданий является необходимым условием для допуска к контрольным работам по соответствующим темам и к экзамену в конце семестра.

Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.

4.5 .Тестовые задания

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Направление **38.03.05 «Бизнес-информатика»**

подготовки

Образовательная **«IT – инфраструктура организации»**

программа

Дисциплина

Дифференциальные уравнения

Комплект тестовых заданий

по дисциплине **Дифференциальные уравнения**

ТЕСТ 1

Вопрос № 1. Установите соответствие между записью дифференциальных уравнений первого порядка и их названиями:

1) $(5x - 1)y \, dy + (y^2 + 1) \, dx = 0$,

2) $y' + 4xy = e^{2x}$,

3) $(x^2 + 2y^2) \, dx + (2x^2 - y^2) \, dy = 0$

Варианты ответов:

А) линейно уравнение,

В) уравнение с разделяющимися переменными,

С) однородное уравнение.

Вопрос № 2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' \operatorname{ctg} x = y + 2$

Варианты ответов:

- 1) $y = -2 + \frac{C}{\cos x}$,
- 2) $y = -2 + C \cos x$,
- 3) $y = -2 + \frac{C}{\sin x}$,
- 4) $y = -2 + C \sin x$.

Вопрос № 3. Найти решение задачи Коши: $y'' = y' \operatorname{ctg} x$, $y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2$, $y'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$.

Варианты ответов:

- 1) $y = -\cos x + 2$,
- 2) $y = \sin x + 3$,
- 3) $y = 2 \cos x + 2$,
- 4) $y = -2 \sin x$.

Вопрос № 4. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$ имеет вид

Варианты ответов:

- 1) $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 3x$,
- 2) $C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$,
- 3) $Ce^{2x} + Ce^{3x}$,
- 4) $C_1 e^x + C_2 e^{6x}$.

Вопрос № 5. Общее решение линейного однородного дифференциального второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$y = C_1 e^x + C_2 x e^x$ Тогда корни характеристического уравнения равны...

Варианты ответов:

- 1) $\lambda_1 = 1$,
- 2) $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$,
- 3) $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$,
- 4) $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1$.

Вопрос № 6. Частное решение дифференциального уравнения

$y'' + 2y' + y = 5x^2 + 1$ по специальному виду правой части ищется в виде...

Варианты ответов:

- 1) $y = Ax + B$,
- 2) $y = x(Ax + B)$,

$$3) y = Ax^2 + Bx + C,$$

$$4) y = Ax^2 + B.$$

Вопрос № 7. Исследовать на устойчивость нулевое решение и определить тип особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) устойчивый фокус;
- 2) неустойчивый узел;
- 3) устойчивый узел;
- 4) седло.

Ответы на тест 1.

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	B-A-C	1	1	2	2	3	2

ТЕСТ 2

Вопрос № 1. Выбрать из уравнений первого порядка однородные уравнения:

$$1) (4xy + 3y^2 - 2x)dx + (2x^2 + y^2)dy = 0,$$

$$2) xy' - y = (x + y) \ln\left(\frac{x + y}{x}\right),$$

$$3) xy' + y(x + 2) = x^2,$$

$$4) xy' = \sqrt{xy} + y.$$

В ответе записать номера уравнений, которые являются однородными.

Вопрос № 2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' - \frac{y}{x} = x$$

Варианты ответов:

$$1) y = Cx^2 + x,$$

$$2) y = Cx + x^2,$$

$$3) y = Ce^x - x - 1,$$

$$4) y = Ce^x + x.$$

Вопрос № 3. Найти решение задачи Коши: $y'' = 2\sqrt{y'}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варианты ответов:

$$1) y = \frac{1}{3}(x+1)^3 + \frac{2}{3},$$

$$2) y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2},$$

$$3) y = \frac{(4x+1)^3 + 11}{12},$$

$$4) y = \frac{(2x+1)^2 + 3}{4}.$$

Вопрос № 4. Для дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 4y' + 4y = 0$ указать фундаментальную систему решений.

Варианты ответов:

$$1) y_1 = e^x, y_2 = e^{-x},$$

$$2) y_1 = e^{2x}, y_2 = xe^{2x},$$

$$3) y_1 = e^{-2x}, y_2 = e^{-2x},$$

$$4) y_1 = e^{-2x}, y_2 = xe^{-2x}.$$

Вопрос № 5. Общее решение линейного однородного дифференциального второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$. Тогда характеристическое уравнение имеет вид...

Варианты ответов:

$$1) \lambda^2 - 4\lambda + 6 = 0,$$

$$2) \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0,$$

$$3) \lambda^2 - 4 = 0,$$

$$4) \lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0.$$

Вопрос № 6. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 3y' + 2y = (x+1)e^{-x}$ по специальному виду правой части ищется в виде...

Варианты ответов:

$$1) y = x^2(Ax + B)e^{-x},$$

$$2) y = x(Ax + B)e^{-x},$$

$$3) y = (Ax^2 + Bx + C)e^{-x},$$

$$4) y = (Ax^3 + Bx)e^{-x}.$$

Вопрос № 7. Исследовать на устойчивость нулевое решение и определить тип особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y, \\ \dot{y} = 2x + 3y. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) устойчивый фокус;
- 2) неустойчивый узел;
- 3) устойчивый узел;
- 4) седло.

Ответы на тест 2.

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2,4	2	1	4	3	2	4

ТЕСТ 3.

Вопрос № 1. Выбрать из уравнений первого порядка уравнения в полных дифференциалах:

1) $(4xy + 3y - 2x)dx + (2x^2 - 5x + 4)dy = 0$,

2) $(xy + e^x)dx - xdy = 0$,

3) $(x^2 + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$,

4) $(xy + e^x)dx + \left(\frac{x^2}{2} + 2\right)dy = 0$

В ответ внести номера уравнений в полных дифференциалах.

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$$

Вопрос № 2. Найти общее решение дифференциального уравнения

Варианты ответов:

1) $y = Cx^2$,

2) $y^2 = 2x^2 \ln(Cx)$,

3) $y^2 = Cx^2 + x^4$,

4) $y = C^2x + \ln x$.

Вопрос № 3. Найти уравнения задачи Коши: $y''^2 - 2y' = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 1$.

Варианты ответов:

1) $y = x + 1$,

- 2) $y = x + 1, y = x^2 - x + 2,$
 3) $y = x^2 + x - 1, y = x^2 + 1,$
 4) $y = x^2 - x + 2, y = x.$

Вопрос № 4. Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$ имеет вид

Варианты ответов:

- 1) $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x,$
 2) $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x},$
 3) $Ce^{2x} + Ce^{4x},$
 4) $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}.$

Вопрос № 5. Общее решение линейного однородного дифференциального второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$ Тогда корни характеристического уравнения равны...

Варианты ответов:

- 1) $\lambda_1 = 3,$
 2) $\lambda_1 = \lambda_2 = 3,$
 3) $\lambda_1 = \lambda_2 = -3,$
 4) $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = 3.$

Вопрос № 6. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = (x + 1)e^{-x}$ по специальному виду правой части ищется в виде...

Варианты ответов:

- 1) $y = x^2(Ax + B)e^{-x},$
 2) $y = x(Ax + B)e^{-x},$
 3) $y = (Ax^2 + Bx + C)e^{-x},$
 4) $y = (Ax^3 + Bx)e^{-x}.$

Вопрос № 7. Исследовать на устойчивость нулевое решение и определить тип особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y, \\ \dot{y} = x - 4y. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) устойчивый фокус;

- 2) неустойчивый узел;
- 3) устойчивый узел;
- 4) седло.

Ответы на тест 3.

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3, 4	2	2	1	2	1	3

ТЕСТ 4

Вопрос № 1. Выбрать из уравнений первого порядка однородные уравнения:

1) $(4xy + 5y^2)dx + (2x^2 + y^2)dy = 0$,

2) $xy' - xy = (x + y)\ln\left(\frac{x^2 + y}{x}\right)$,

3) $xy' + y(x + y) = x^2$,

4) $x^2y' = 4xy + y^2$.

В ответе записать номера уравнений, которые являются однородными.

Вопрос № 2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' - \frac{y}{x} = x \sin x$$

Варианты ответов:

1) $y = Cx^2 + x \cos x$,

2) $y = Cx + x \sin x$,

3) $y = Cx - x \cos x$,

4) $y = Cx + x^2 \sin x$.

Вопрос № 3. Найти решение задачи Коши: $2xy'' = y'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варианты ответов:

1) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}$,

2) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}$,

3) $y = \frac{(x+1)^2 + 2}{6}$,

$$4) \quad y = \frac{x^{\frac{3}{2}} + 3}{4}.$$

Вопрос № 4. Для дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 6y' + 9y = 0$ указать фундаментальную систему решений.

Варианты ответов:

- 1) $y_1 = e^{3x}, y_2 = e^{-3x}, y_3 = 1$,
- 2) $y_1 = e^{3x}, y_2 = xe^{3x}, y_3 = x^2 e^{3x}$,
- 3) $y_1 = e^{-3x}, y_2 = xe^{-3x}, y_3 = 1$,
- 4) $y_1 = e^{-3x}, y_2 = xe^{-3x}, y_3 = x$.

Вопрос № 5. Общее решение линейного однородного дифференциального второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид $y = C_1 e^x \cos x + C_2 e^x \sin x$. Тогда характеристическое уравнение имеет вид...

Варианты ответов:

- 1) $\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0$,
- 2) $\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0$,
- 3) $\lambda^2 - 2\lambda + 3 = 0$,
- 4) $\lambda^2 + 2\lambda + 4 = 0$.

Вопрос № 6. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 4y = (x^2 + 4)e^{-2x}$ по специальному виду правой части ищется в виде...

Варианты ответов:

- 1) $y = x(Ax^2 + Bx + C)e^{-2x}$,
- 2) $y = x^2(Ax^2 + Bx + C)e^{-2x}$,
- 3) $y = (Ax^2 + Bx + C)e^{-2x}$,
- 4) $y = (Ax^2 + Bx)e^{-2x}$.

Вопрос № 7. Исследовать на устойчивость нулевое решение и определить тип особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = -5y - 2x, \\ \dot{y} = 2x + 2y. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) устойчивый фокус;
- 2) неустойчивый узел;

3) центр;

4) седло.

Ответы на тест 4.

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1,4	3	1	3	1	2	3

Шкала оценивания результатов тестирования:

Критерии оценивания: Количество правильных ответов

Оценка	Шкала
Отлично	Количество верных ответов : 7 ответов
Хорошо	Количество верных ответов: 5,6 ответов
Удовлетворительно	Количество верных ответов: 4ответа
Неудовлетворительно	Количество верных ответов: от 0 до 3 включительно или
Зачтено	Количество верных ответов: от 4 до 7ответов.
Незачтено	Количество верных ответов: меньше 4 ответов.

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

ФОС рассмотрен на заседании кафедры Высшей математики (протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.)	И.о.заведующего кафедры Высшей математики «__» ____ 20__ г. _____ В.К.Артемьев Руководитель ИОПП «__» ____ 20__ г. _____ О.А. Попова
ФОС рассмотрен на заседании отделения Наименование отделения (протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.)	Руководитель образовательной программы 38.03.05 «Бизнес-информатика» «__» ____ 20__ г. _____ И.О.Фамилия Начальник отделения Название отделения «__» ____ 20__ г. _____ И.О.Фамилия